

# 自由振動記録に対する時間領域のモード解析

## － 斜張橋記録の解析例 －

**株式会社バイブラントシステム開発**  
Vibrant System Development Co.,Ltd.

〒207-0014 東京都東大和市南街 5-39-16  
TEL (FAX) 042-507-2731  
E-mail ando@vsdc.co.jp  
URL <http://www.vsdco.jp>

## 目 次

1. はじめに	1
2. 解析例	1
2.1 斜張橋の固有周波数および減衰定数	2
2.2 斜張橋の加速度波形およびフーリエスペクトル	2
3. おわりに	5

## 1. はじめに

時間領域のモード解析<sup>1) 2) 3)</sup>は、観測記録より対象系が次の運動方程式に従うことを前提としてモード定数（固有値および固有ベクトル）を求め、系の動的特性を明らかにすることを目的とします。

$$M\ddot{\mathbf{x}}(t) + C\dot{\mathbf{x}}(t) + K\mathbf{x}(t) = \mathbf{0}$$

ここに、 $M$ 、 $C$ および $K$ は、それぞれ質量、減衰、剛性の行列であり、 $\mathbf{x}(t)$ は変位ベクトルです。

モード定数は、最小二乗法に基づいて、上式の理論解（回帰式）と観測記録との間の誤差を評価して求められます。

時間領域のモード解析には次のような特徴があります。

- ① 観測記録より最小二乗法に従い振動系の固有値（固有周波数と減衰定数）および固有ベクトルを求め、周波数特性を明らかにします。振動系の $M$ 、 $C$ および $K$ の情報は必要ありません。
- ② 刺激係数の大きいモードから求められ、複雑な周波数特性を有する系についても容易に解析が可能です。
- ③ 固有値は非線形最小二乗法に従って計算を行いますが、収束性にたいへん優れています。
- ④ インパルス応答の場合は、インパルスハンマによる加振力の作用が消失した後の記録が解析対象となります。

## 2. 解析例－斜張橋の動的特性

解析で対象とした記録は斜張橋の橋上で計測された加速度記録です。図1に斜張橋の概略図を示します。図2は加速度記録の水平成分H及び上下成分Vの波形です。解析では8192個（0.0～81.92秒。記録のサンプリング周波数は100Hzです）の記録を使用しました。解析より、固有周波数のわずかに異なる複数のモードの存在が確認され、ビート現象の発生が考えられます。

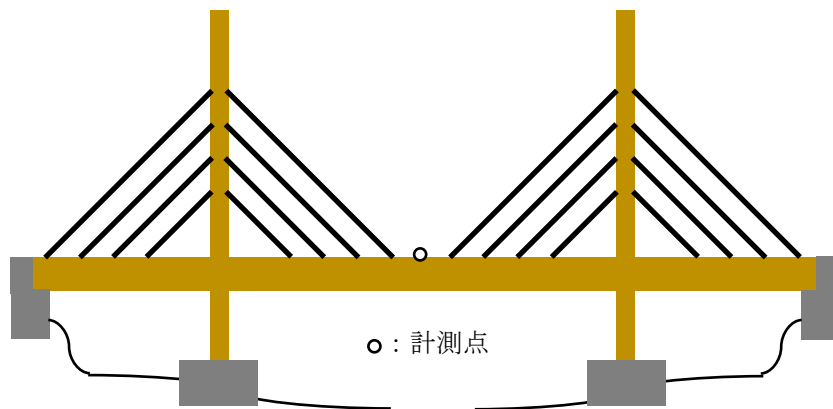


図1 観測対象斜張橋

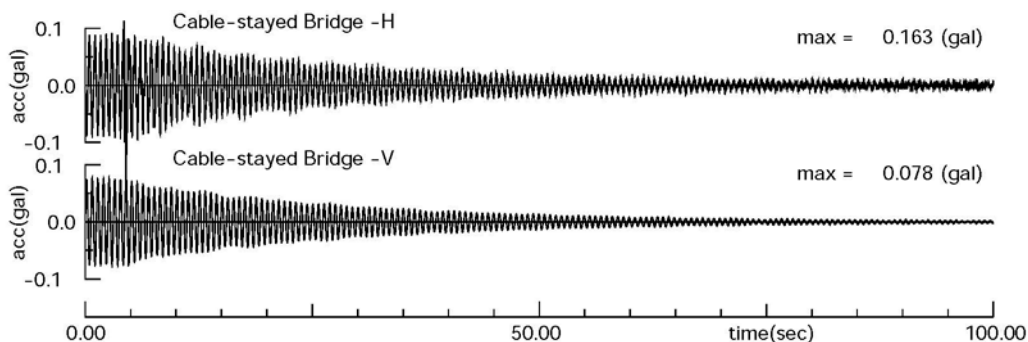


図2 加速度記録

## 2.1 解析より求められた斜張橋の固有周波数および減衰定数

解析より6個のモードが求められました。これらモードの固有周波数および減衰定数を表1に示します。第2～4次の各モードおよび第5、6次の各モードの固有周波数は、各々わずかな違いであることが指摘されます。

表1 固有周波数および減衰定数

モード番号	固有周波数(Hz)	減衰定数(%)
1	1.606	0.36
2	5.095	0.48
3	5.164	0.44
4	5.294	0.23
5	6.848	0.30
6	6.924	0.41

## 2.2 斜張橋の加速度波形およびフーリエスペクトル

解析より求められた6個のモードによる加速度波形と観測記録との比較図および各フーリエスペクトルの比較図をそれぞれ図3、4に示します。

図3-1、2は6個のモードの和による波形と観測記録との比較図です。図3-2は前半部の40秒を拡大して示した図ですが、記録の再現性は良好であり、妥当な結果と言えます。また、図4-1、2のスペクトル図より、第1次モードは、他のモードに比較して大きく卓越しており、応答に対して支配的であることがわかります。

固有周波数のわずかに異なる水平成分Hの第2、3、4次の3個のモード和による波形を図3-3、4に、スペクトルを図4-3に示します。波形にはいわゆるビート現象が見られ、その周波数は表1の固有周波数およびスペクトルから0.0690 (5.164-5.095) Hz (周期は14.49sec) となります。ビート状の波形はケーブル同士の自由振動が相互に干渉して現れたものと考えられます。

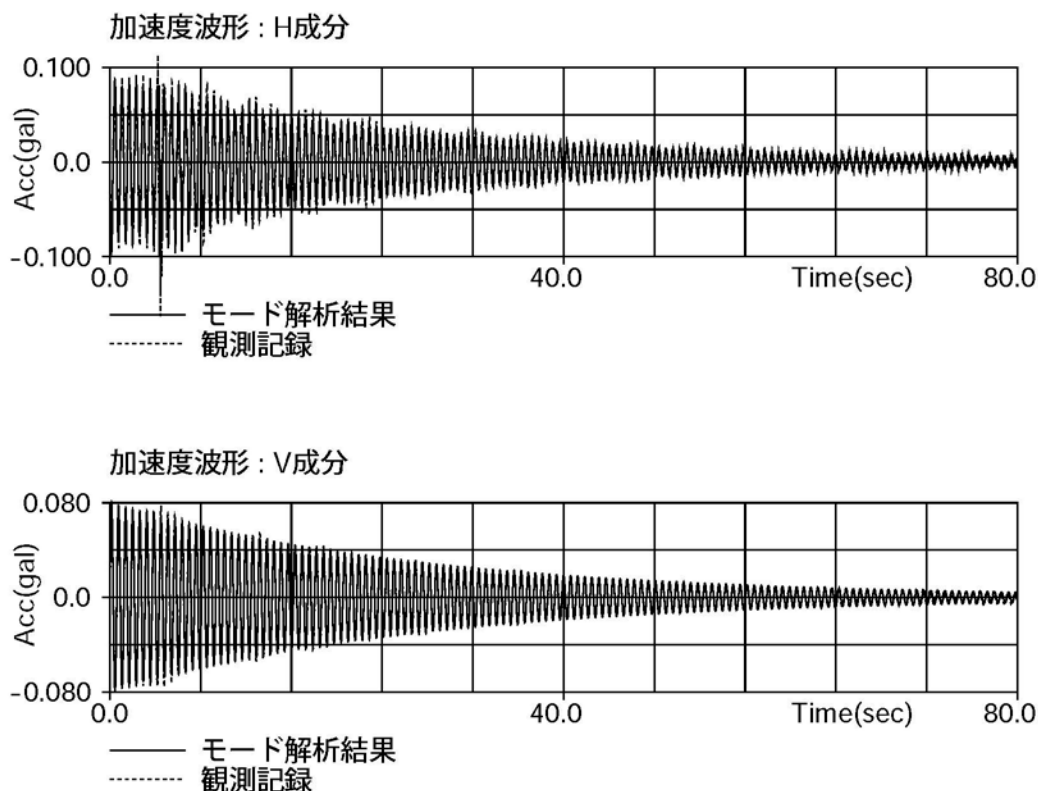


図3-1 加速度波形の比較図 (0～80秒)

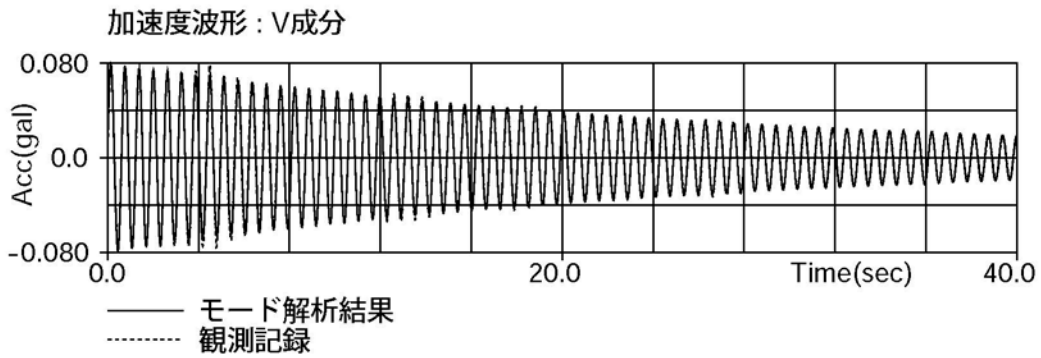
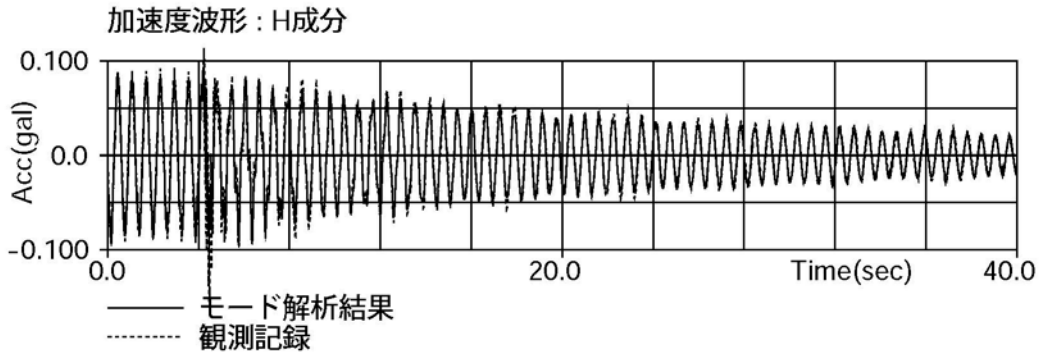


図 3-2 加速度波形の比較図 (0~40 秒)

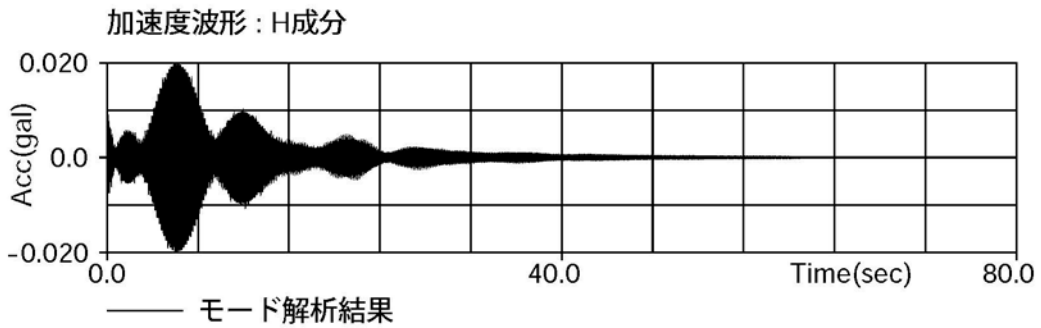


図 3-3 第 2、3、4 次の 3 個のモードによる加速度波形 (0~80 秒)

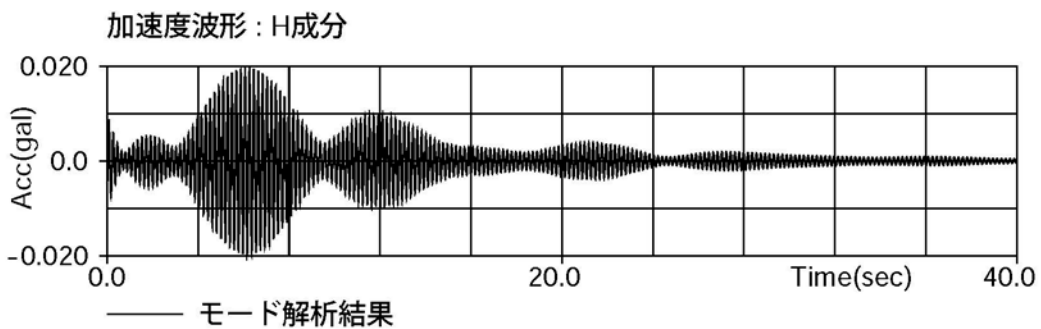


図 3-4 第 2、3、4 次の 3 個のモードによる加速度波形 (0~40 秒)

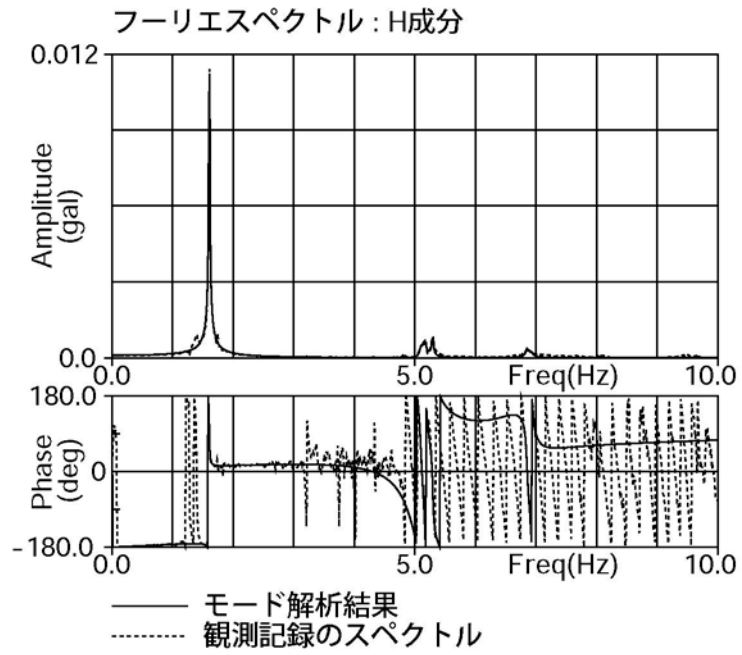


図 4-1 フーリエスペクトルの比較図 H 成分

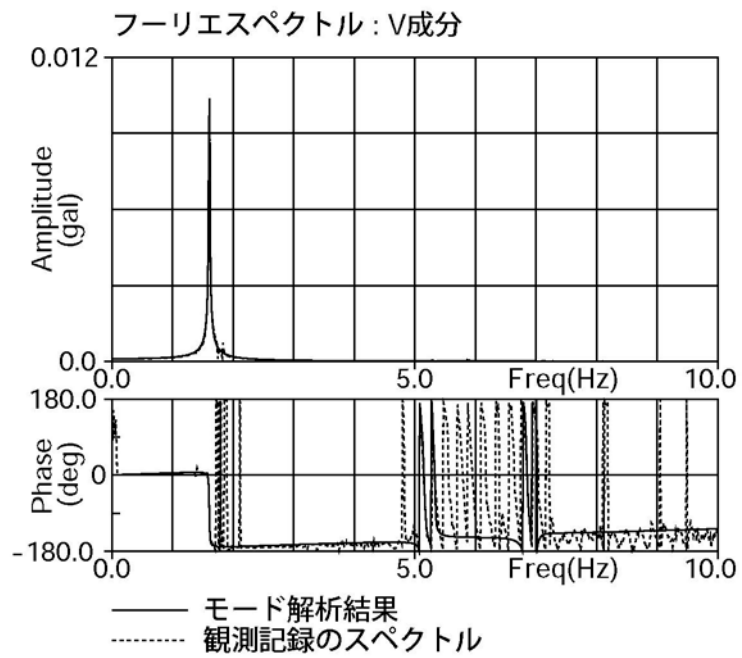


図 4-2 フーリエスペクトルの比較図 V 成分

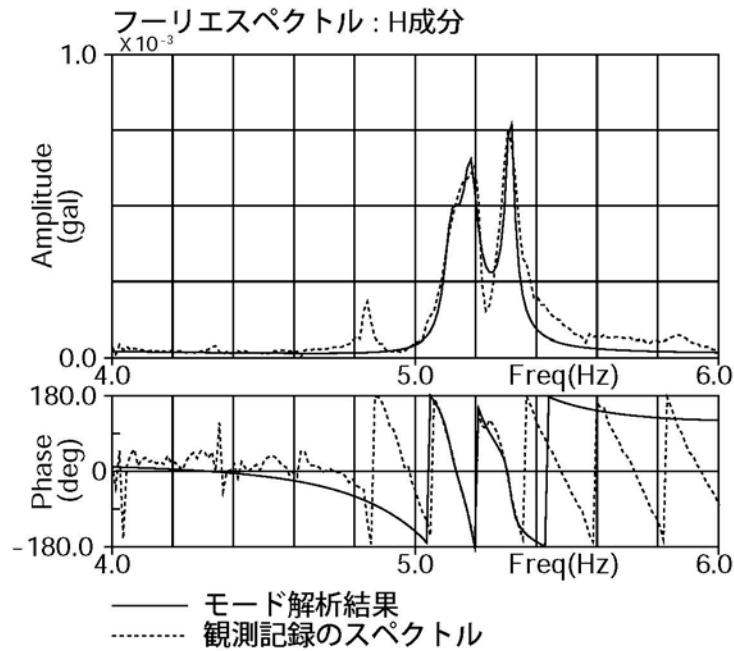


図 4-3 フーリエスペクトルの比較図 H 成分 (4~6Hz)

### 3. おわりに

時間領域のモード解析より、固有周波数がわずかに異なる 2 個のモードによるビート状の現象が明らかになりました。これらモードは、図 4-1 のスペクトル図の 5Hz 付近に見られる小さく卓越したモードですが、時間領域のモード解析より容易に分離抽出され、一般に困難とされる斜張橋とケーブル間あるいは隣接するケーブル同士の安定性の問題に対して有効な解析手法になり得るものと考えています。

解析で設定したもうひとつのパラメータである固有ベクトルには次のような特徴があります。

- ① 成分 H、V の各第 1 次ベクトル間には  $\pi/2$  の位相差があります。
- ② ビート現象をもたらした成分 H の第 2、3 次モードおよび 4 次モードのベクトル間にはそれぞれおよそ  $2\pi/3$  の位相差があります。

### 参考文献)

- 1) 安藤幸治・岩楯徹広：時間領域のモード解析による振動系の動的特性の同定とその適用、土木学会論文集、No.450/ I -20、pp.151~160、1992.7
- 2) 安藤幸治、岩楯徹広、小田義也：数値モデル同定解析手法とその適用、機械学会年次大会、2011.9
- 3) 安藤幸治、岩楯徹広：時間領域のモード解析とその適用、土木学会年次大会、2018.8