

自由振動記録に対する時間領域のモード解析

－ 斜張橋ケーブル記録の解析例 －

株式会社バイブラントシステム開発
Vibrant System Development Co.,Ltd.

〒207-0014 東京都東大和市南街 5-39-16

TEL (FAX) 042-507-2731

E-mail ando@vsdc.co.jp

URL <http://www.vsdco.jp>

目次

| | | |
|---------------------------|-------|---|
| 1. はじめに | ----- | 1 |
| 2. 解析例 | ----- | 1 |
| 3. ケーブルの固有周波数および減衰定数 | ----- | 2 |
| 4. ケーブルの加速度波形およびフーリエスペクトル | ----- | 2 |
| 5. おわりに | ----- | 3 |

1. はじめに

時間領域のモード解析^{1) 2) 3)}は、観測記録より対象系が次の運動方程式に従うことを前提としてモード定数（固有値および固有ベクトル）を求め、系の動的特性を明らかにすることを目的とします。

$$M\ddot{\mathbf{x}}(t) + C\dot{\mathbf{x}}(t) + K\mathbf{x}(t) = \mathbf{0}$$

ここに、 M 、 C および K は、それぞれ質量、減衰、剛性の行列であり、 $\mathbf{x}(t)$ は変位ベクトルです。

モード定数は、最小二乗法に基づいて、上式の理論解（回帰式）と観測記録との間の誤差を評価して求められます。

時間領域のモード解析には次のような特徴があります。

- ① 観測記録より最小二乗法に従い振動系の固有値（固有周波数と減衰定数）および固有ベクトルを求め、周波数特性を明らかにします。振動系の M 、 C および K の情報は必要ありません。
- ② 刺激係数の大きいモードから求められ、複雑な周波数特性を有する系についても容易に解析が可能です。
- ③ 固有値は非線形最小二乗法に従って計算を行いますが、収束性にたいへん優れています。
- ④ ハンマリング試験データ等の衝撃振動試験データの場合は、外力の影響が消失した後の記録が対象となります。

2. 解析例—斜張橋ケーブルの動的特性

解析で対象とした斜張橋ケーブルの概略図を図1に示します。解析で使用した自由振動記録は、塔とケーブルを含む面内でケーブルの軸直交方向にかけたロープを人力で引っ張り、そして瞬時に引き離して発生させた振動の同方向の加速度応答です。図2にその応答を示します。加速度記録は、後記の記録のスペクトル（図4）からわかるように、1次モードの腹部が励起しなかったためギザギザの波形になっています。

解析では記録の10秒から40.96秒間（8192個、サンプリング周波数200Hz）を対象としました。図2の大きく振れている振幅値から、記録の収録はロープを離れた直後から始められたように推測されます。そのため解析では、人力の影響が無くなり、自由振動とみなされる10秒以後の記録を対象としました。

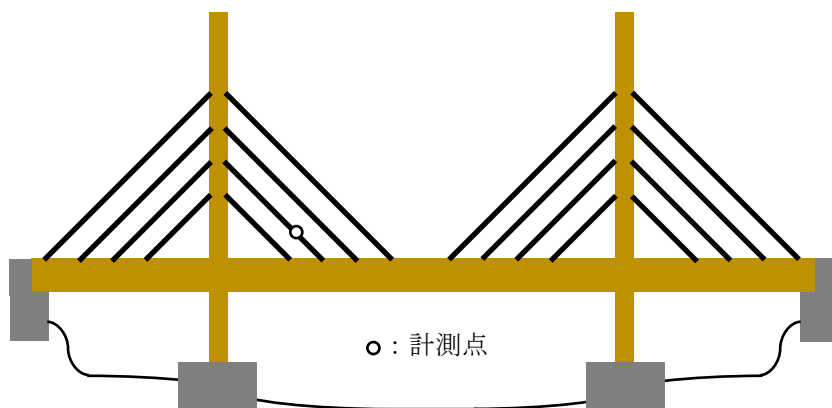


図1 観測対象斜張橋

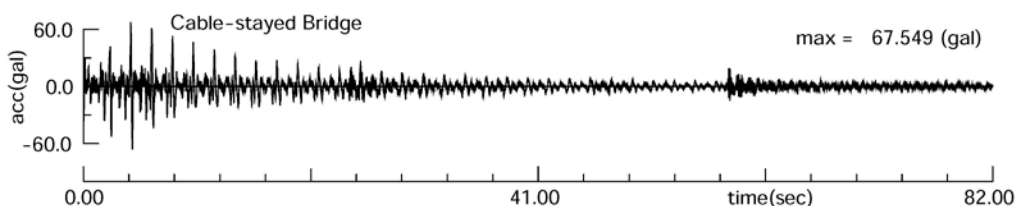


図2 加速度記録

3. ケーブルの固有周波数および減衰定数

解析より求められたモードは 14 個です。これらモードの固有周波数および減衰定数を表 1 に示します。第 2 次モード以降の固有周波数は、基本モードの固有周波数 0.560Hz のほぼ整数倍で求められており、ケーブル振動に特徴的な動的特性が見られます。

表 1 固有周波数および減衰定数

| モード番号 | 固有周波数(Hz) | 減衰定数(%) |
|-------|-----------|---------|
| 1 | 0.560 | 0.50 |
| 2 | 1.058 | 0.29 |
| 3 | 1.589 | 0.34 |
| 4 | 2.120 | 0.18 |
| 5 | 2.651 | 0.81 |
| 6 | 3.168 | 0.75 |
| 7 | 3.717 | 0.33 |
| 8 | 4.238 | 0.33 |
| 9 | 4.774 | 0.21 |
| 10 | 5.307 | 0.43 |
| 11 | 5.834 | 0.19 |
| 12 | 6.371 | 0.14 |
| 13 | 6.904 | 0.10 |
| 14 | 7.490 | 0.21 |

4. ケーブルの加速度波形およびフーリエスペクトル

解析より求められた 14 個のモードの和による加速度波形と観測記録との比較図および各フーリエスペクトルの比較図をそれぞれ図 3、4 に示します。これら比較図より解析結果は妥当であると判断されます。

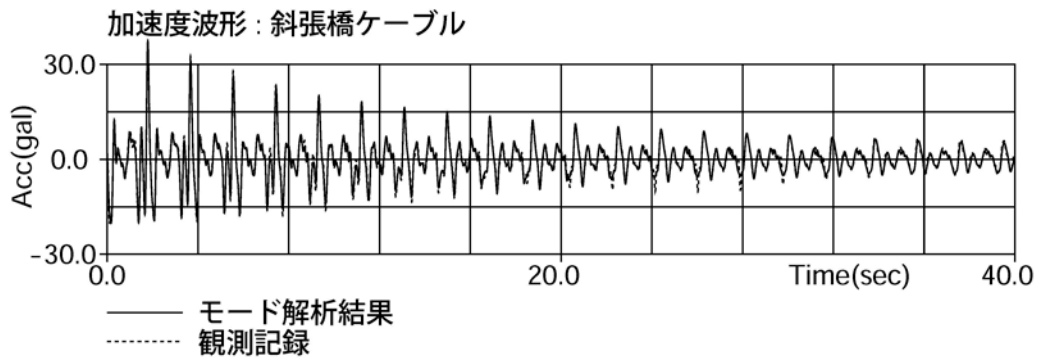


図 3-1 加速度波形の比較図 (0~40 秒)

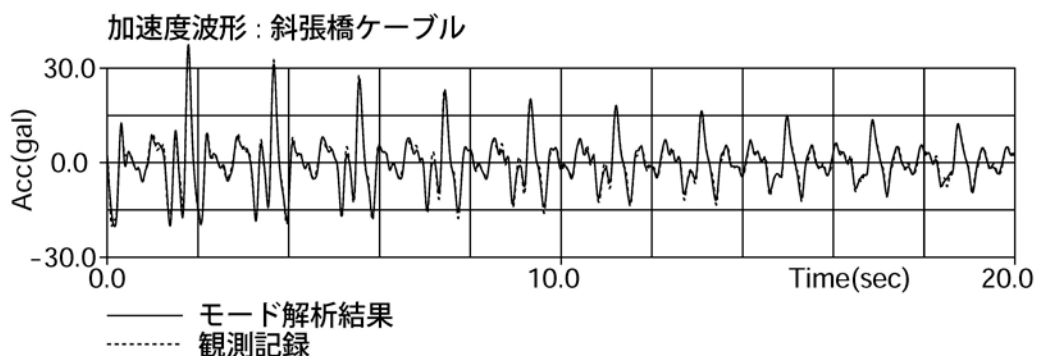


図 3-2 加速度波形の比較図 (0~20 秒)

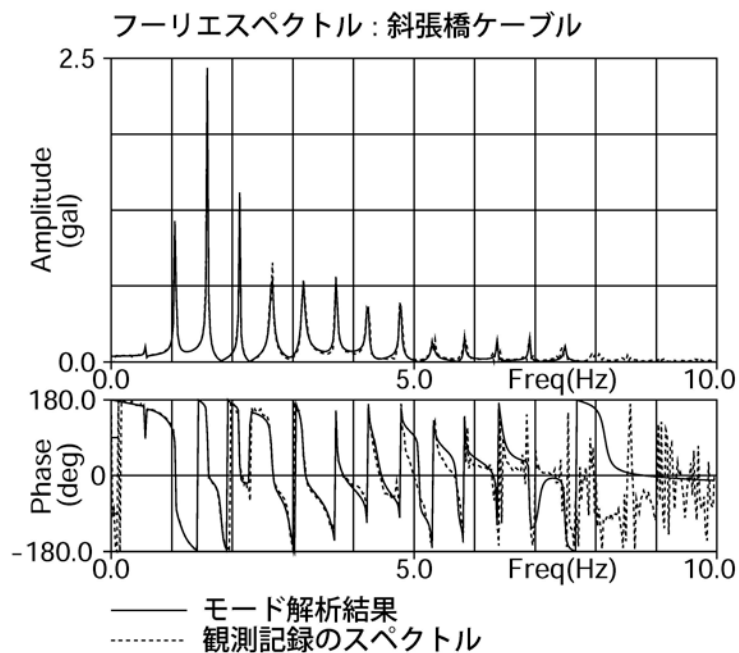


図 4-1 フーリエスペクトルの比較図 (0~10Hz)

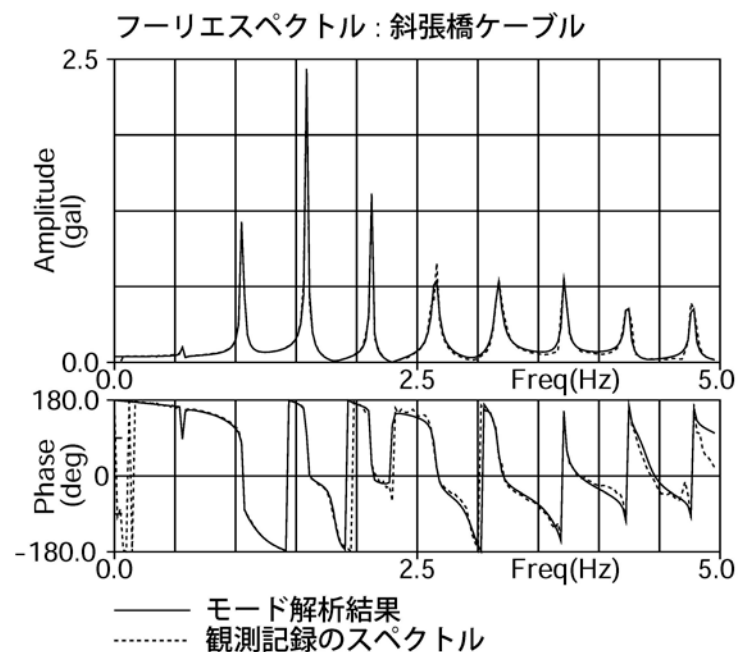


図 4-2 フーリエスペクトルの比較図 (0~5Hz)

5. おわりに

斜張橋のケーブル振動解析は、「時間領域のモード解析」より、良好な結果が得られました。第2次モード以降の固有周波数は基本モードのほぼ整数倍で求められ、ケーブル振動に特徴的な動的特性が見られました。

斜張橋や橋の補強に使用されるケーブルは架設時に所定の設計張力が設定されます。従って、橋やケーブル自体の健全性を維持するためには定期的に張力を測定し大きさを確認する必要があります。張力の算定法には簡便な方法として広く利用されている高次振動法があります。同法はケーブルの固有周波数をデータに使用して行いますが、「時間領域のモード解析」は、本件のようにケーブルの張力の算定に必要な充分量の固有周波数の計算が可能であり、振動計測によって張力の確認が的確に行われるようになるものと考えています。因みに高次振動法より曲げ剛性も求められます。

ところで、自由振動記録の解析で特に問題になるのは減衰定数です。これについては、記録に対してスペクトルのピーク周波数を中心周波数とする幅の狭いバンドパスフィルターをかけて単一モードの

減衰振動波形を作成し、周期毎の最大振幅比の対数値の平均として対数減衰率を求め、算定するという方法があります。対数減衰率は、運動方程式の指数関数で表される自由振動解から定義された量ですが、周期毎の最大振幅の対数値に対して最小二乗法を適用して求められる解と結果的に同値となり、理論的に誤りであることが指摘されます。即ち、振動記録の対数値は非線形量であり、本来なら正規分布を前提とする最小二乗法は適用できないため、同法による結果は評価に値しません。従って、これに等しい対数減衰率はもとより減衰定数も同様の扱いになり、系本来の値とは異なります。

「時間領域のモード解析」は、面倒なフィルター処理は不要であり、減衰定数のみならず固有周波数や固有ベクトルも含めて精度の高い結果が期待されます。

参考文献)

- 1) 安藤幸治・岩楯敞広：時間領域のモード解析による振動系の動的特性の同定とその適用、土木学会論文集、No.450/ I -20、pp.151～160、1992.7
- 2) 安藤幸治，岩楯敞広，小田義也：数値モデル同定解析手法とその適用，機械学会年次大会，2011.9
- 3) 安藤幸治，岩楯敞広：時間領域のモード解析とその適用，土木学会年次大会，2018.8