

自由振動記録に対する時間領域のモード解析

－ インパルス応答の解析例 －

株式会社バイブラントシステム開発
Vibrant System Development Co.,Ltd.

〒207-0014 東京都東大和市南街 5-39-16
TEL (FAX) 042-507-2731
E-mail ando@vsdc.co.jp
URL <http://www.vsdco.jp>

目 次

| | |
|----------------------------|---|
| 1. はじめに | 1 |
| 2. 解析例 | 1 |
| 3. SUS 板の固有周波数および減衰定数 | 2 |
| 4. SUS 板の加速度波形およびフーリエスペクトル | 3 |
| 5. おわりに | 4 |

1. はじめに

時間領域のモード解析^{1) 2)}は、観測記録より対象系が次の運動方程式に従うことを前提としてモード定数（固有値および固有ベクトル）を求め、系の動的特性を明らかにすることを目的とします。

$$M\ddot{\mathbf{x}}(t) + C\dot{\mathbf{x}}(t) + K\mathbf{x}(t) = \mathbf{0}$$

ここに、 M 、 C および K は、それぞれ質量、減衰、剛性の行列であり、 $\mathbf{x}(t)$ は変位ベクトルです。

モード定数は、最小二乗法に基づいて、上式の理論解（回帰式）と観測記録との間の誤差を評価して求められます。

時間領域のモード解析には次のような特徴があります。

- ① 観測記録より最小二乗法に従い振動系の固有値（固有周波数と減衰定数）および固有ベクトルを求め、周波数特性を明らかにします。振動系の M 、 C および K の情報は必要ありません。
- ② 刺激係数の大きいモードから求められ、複雑な周波数特性を有する系についても容易に解析が可能です。
- ③ 固有値は非線形最小二乗法に従って計算を行いますが、収束性にたいへん優れています。
- ④ インパルス応答の場合は、インパルスハンマによる加振力の作用が消失した後の記録が解析対象となります。

2. 解析例

解析で使用した記録はステンレス鋼板（SUS板）を対象として行った振動試験記録です。SUS板は長辺30cm、短辺20cm、厚さ0.3cmの長方形板です。図1にSUS板を示します。試験はSUS板を長辺方向両端から2.5cmの位置で床面に平行にゴムひもで支持し、板の四隅（同右図のMP1、MP13、MP105、MP117）に加速度センサーを接着して、その内の一隅（MP1）をインパクトハンマで加振することにより実施しました。小さい要素に分割した図1は、以前実施した外力および応答を使用する通常的时间領域のモード解析³⁾の結果を参照して行った数値モデル同定解析³⁾のSUS板FEMモデルです（実際に数値モデル同定解析で使用したモデルの要素数は96ですが、解析では図のように隣接する4個の要素をグルーピングして一個のパラメータとして扱っています）。

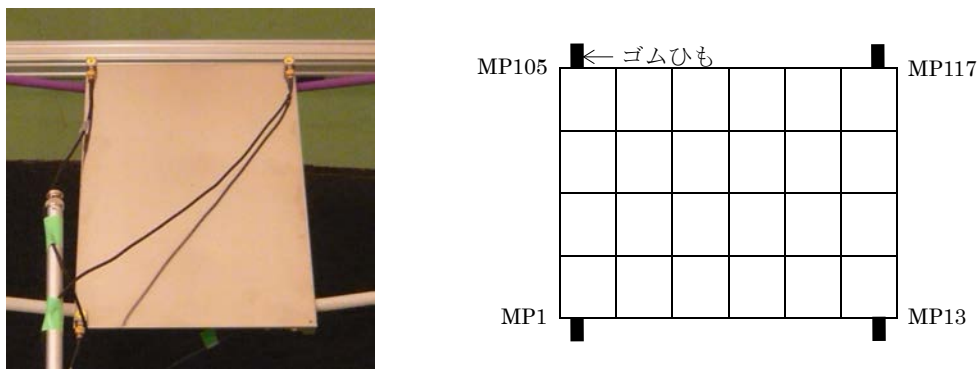


図1 ステンレス鋼板(20×30×0.3cm)の振動試験および計測点例

解析で使用したインパルス応答の加速度記録を図 2 に示します。解析ではハンマによる加振力の作用が消失した 0.12 秒後の 1 秒間（1024 個、サンプリング周波数 1024Hz）を対象としました。

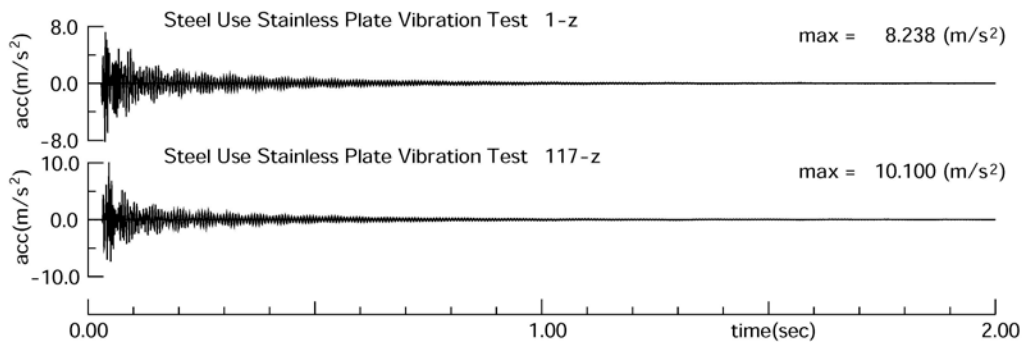


図 2 加速度記録

3. SUS 板の固有周波数および減衰定数

解析より求められたモードは 4 個です。これらモードの固有周波数および減衰定数を表 1 に示します。同表の入出力データを使用した通常的时间領域のモード解析結果³⁾に比較してほぼ同値です。

表 1 固有周波数および減衰定数

| モード番号 | 本解析結果 | | 通常的时间領域のモード解析結果 | |
|-------|-----------|---------|-----------------|---------|
| | 固有周波数(Hz) | 減衰定数(%) | 固有周波数(Hz) | 減衰定数(%) |
| 1 | 146.80 | 0.29 | 146.80 | 0.31 |
| 2 | 164.48 | 0.53 | 164.34 | 0.65 |
| 3 | 342.31 | 0.73 | 342.12 | 0.71 |
| 4 | 378.55 | 1.28 | 377.27 | 1.19 |

4. SUS板の加速度波形およびフーリエスペクトル

解析より求められた4個のモードの和による加速度波形と観測記録との比較図および各フーリエスペクトルの比較図をそれぞれ図3、4に示します。このように良好な結果が得られ、解析結果は妥当であると判断されます。

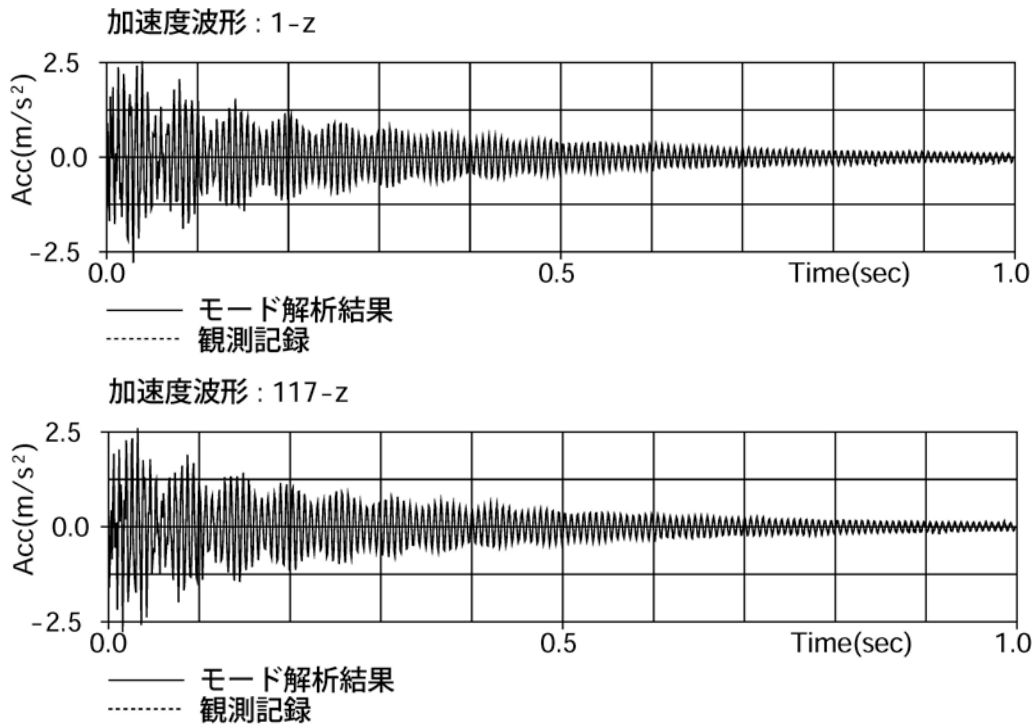


図 3-1 加速度波形の比較図 (0~1 秒)

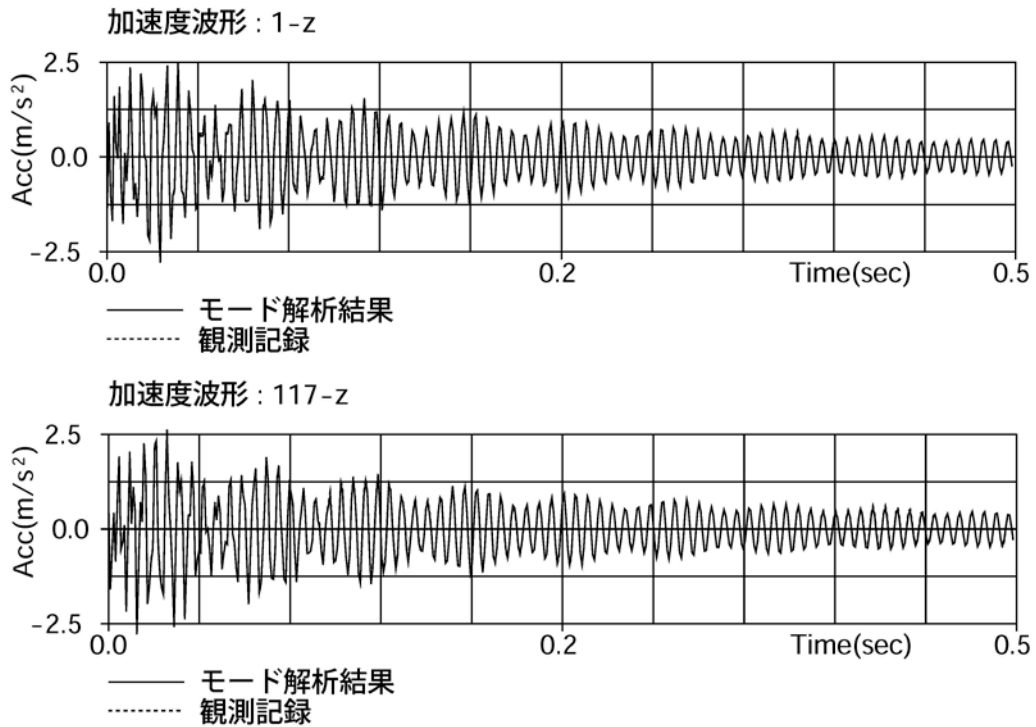


図 3-2 加速度波形の比較図 (0~0.5 秒)

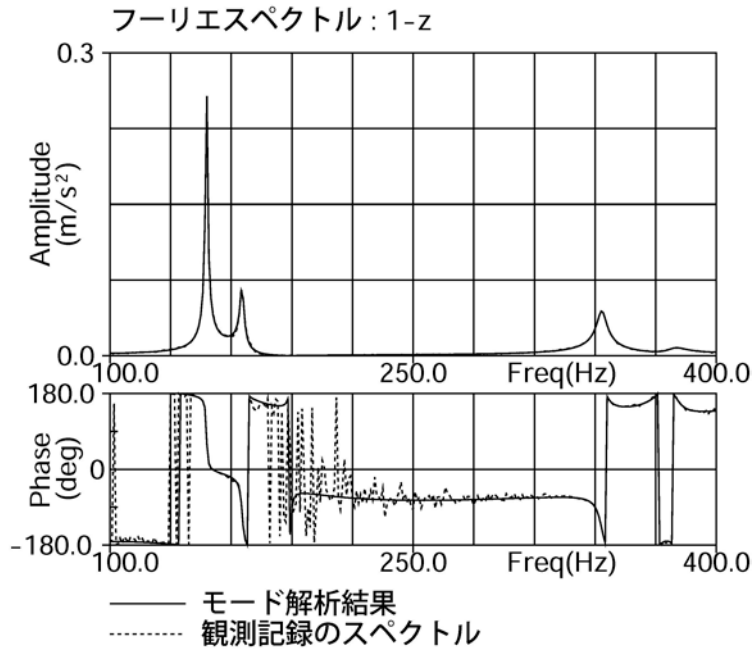


図 4-1 フーリエスペクトルの比較図

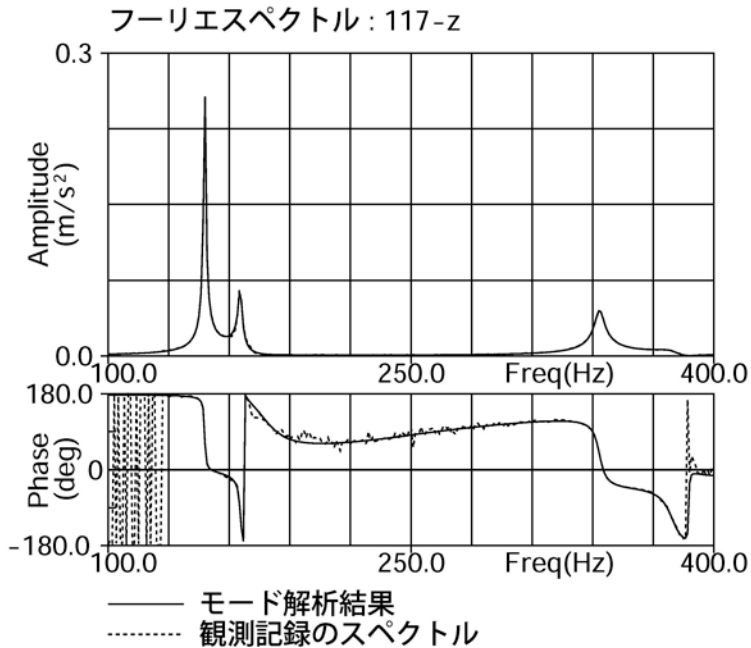


図 4-2 フーリエスペクトルの比較図

5. おわりに

本件で使用した自由振動記録による解析結果は、情報量の多い通常の入出力データを使用したときの解析結果と同様でした。これより、本手法の有効性が確認されたと考えます。ところで、自由振動記録の場合は、減衰定数は対数減衰率から算出されることが多いですが、理論的に間違っていますので注意が必要です。同定数については、記録に対してスペクトルのピーク周波数を中心周波数とする幅の狭いバンドパスフィルターをかけて単一モードの減衰振動波形を作成し、周期毎の最大振幅比の対数値の平均として対数減衰率を求め、算定するという方法があります。対数減衰率は、運動方程式の指数関数で表される自由振動解から定義された量ですが、周期毎の最大振幅の対数値に対して最小二乗法を適用して求められる解と結果的に同値となり、理論的に誤りであることが指摘されます。即ち、対数値は非線形量であり、本来なら正規分布を前提とする最小二乗法は適用できないため、同法による結果は誤りであり、これに等しい対数減衰率はもとより減衰定数も同様の扱いになります。

参考文献)

- 1) 安藤幸治・岩楯敏広：時間領域のモード解析による振動系の動的特性の同定とその適用、土木学会論文集、No.450/ I -20、pp.151～160、1992.7
- 2) 安藤幸治，岩楯敏広：時間領域のモード解析とその適用，土木学会年次大会，2018.8
- 3) 安藤幸治，岩楯敏広，小田義也：数値モデル同定解析手法とその適用，機械学会年次大会，2011.9